Scientist, 2022, 20(2), 11-16.

ОПТИМАЛЬНОЕ КОЛИЧЕСТВО ИЗМЕРЕНИЙ ДЛЯ УМЕНЬШЕНИЯ ИХ ПОГРЕШНОСТИ

Алтайский государственный медицинский университет, г. Барнаул

Бельчикова В.С., Жданов Е.П.

E-mail: 9zhdanov@gmail.com

OPTIMAL NUMBER OF MEASUREMENTS TO REDUCE THEIR ERROR

Altai State Medical University, Barnaul

Belchikova V.S., Zhdanov E.P.

В данном исследовании была построена математическая модель измерителя и с ее помощью проведены 100 серий измерений, сгруппированных в количествах от 3 до 32, затем рассчитаны доверительные интервалы погрешностей.

Ключевые слова: *измерения, доверительные интервалы.*

In this study, a mathematical model of the meter was built, and with its help, 100 series of measurements grouped in quantities from 3 to 32 were carried out, then confidence intervals of errors were calculated.

Keywords: *measurements, confidence intervals.*

Медицинским работникам часто приходится проводить измерения с помощью различных приборов, содержащих шкалы измерения. При этом совершаются случайные ошибки измерений, связанные с различными обстоятельствами. Для уточнения получаемых результатов измерения проводятся многократно и рассчитывается статистическая погрешность. При этом необходимо дать ответ на простой вопрос: «Сколько раз достаточно провести измерений, чтобы и погрешность была не слишком большой, и количество измерений было не чрезмерным?»

Цель исследования — определить минимальное количество измерений, достаточное для получения требуемой точности с использованием математической статистики.

Задачи исследования:

1. Построить математическую модель измерителя.

2. Провести численные эксперименты. Набрав статистические данные, сделать рекомендации по минимуму количества измерений.

Материал и методы

Для проведения численного эксперимента была построена математическая модель измерителя, содержащего шкалу Нониуса, позволяющую проводить измерения с случайными отклонениями от истинного значения измеряемого объекта на величину, не большую половины размера между наименьшими рисками измерителя, в большую или меньшую сторону.

При этом, измерения должны соответствовать стандартным требованиям: то есть быть однотипными, в неизменных условиях и с случайными результатами. Согласно этим требованиям была построена математическая модель измерителя.

В измеритель поместили измеряемый объект с заранее известным истинным размером, равным $L=0,466$ единиц. В принципе неважно: какой величины объект, так как по определению считается, что два первых разряда численного выражения длины объекта определяются точно, последний разряд – величина случайная. Такая модель соответствует измерениям, например, с помощью измерителя со шкалой Нониуса.

Наибольшая случайная погрешность равна 0,005 единиц. Следовательно, математический измеритель при каждом измерении совершает относительную погрешность, меньшую или равную $\varepsilon=(5/466)\cdot100\%=1,07\%$, что является очень хорошим результатом.

Случайная ошибка в последнем разряде находилась с помощью функции «случайное между 0 и 10»-5, что давало как раз ошибку в ±5 единиц, добавляемые к точным размерам. Так как измерений в каждой группе много – от 3 до 32, то, чтобы ими воспользоваться, каждый раз находилось среднее значение. Средние значения получались случайные с отклонениями от истинного значения от $-32\cdot0.005$ до $+32\cdot0.005$. Для простоты получаемых результатов далее рассматривались только отклонения от истинного значения в целых единицах (то есть умноженные на 1000). Максимальное отклонение средних значений по группе теоретически могло достичь ±5, когда, например +5 получилось бы 32 раза, а затем полученную сумму разделили на 32. Фактически, из-за случайных отклонений то в одну сторону, то в другую, они в какой-то мере компенсировали друг друга, и средние значения от случая к случаю колебались значительно меньше.

Результаты и обсуждение

С помощью математической модели измерителя были проведены 100 серий измерений. Каждая серия состояла из групп случайных измерений в количестве от 3 до 32, то есть из 3+4+5+...+32=525 случайных измерений. Всего – 52 500 измерений.

Для каждой группы были произведены расчеты доверительного интервала по известным из математической статистики формулам:

математическое ожидание (среднее значение): $x_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

На рисунке 1 линиями соединены средние случайных измерений одной серии.

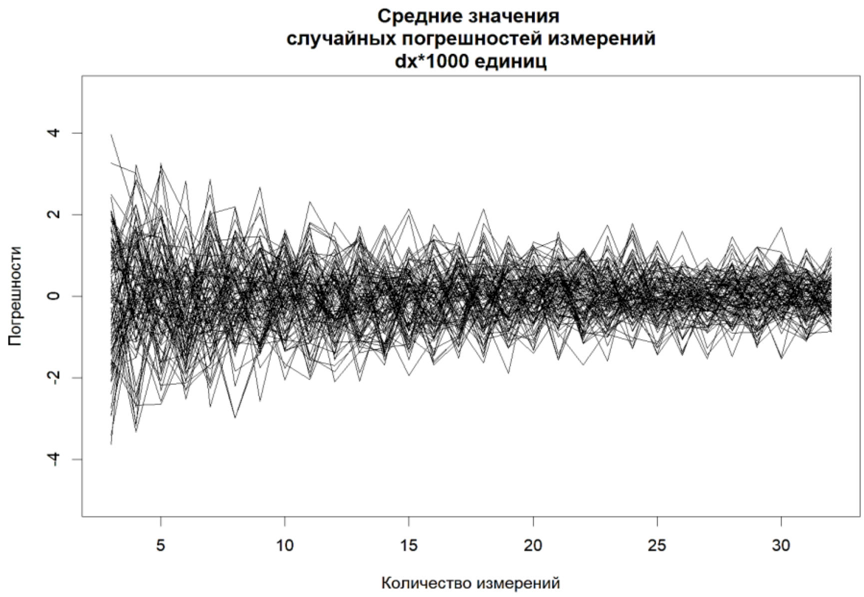

Рисунок 1. Средние измерений

А также:

дисперсия выборки: $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_{\text{ср}} - x_i)^2}{n-1}$

СКО выборочных средних: $S_{\text{ср}} = \frac{1}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_{\text{ср}}-x_i)^2}{n-1}}$

доверительный интервал $\Delta x = t_{(p,n-1)} \cdot S_{\text{ср}}$

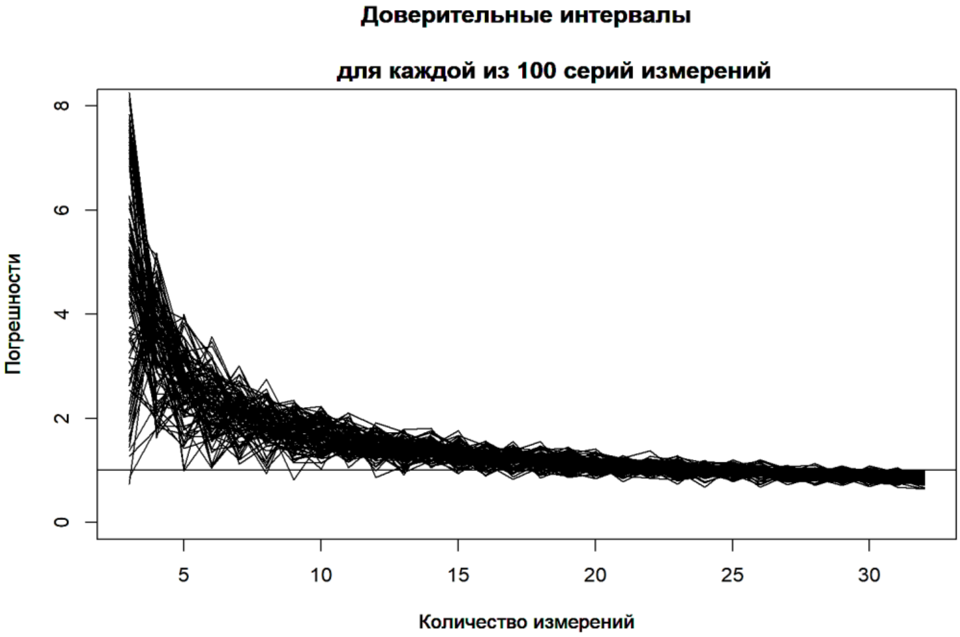

Рисунок 2. Величина доверительных интервалов Δx·1000 в зависимости от количества измерений в группе в каждой из 100 серий

Доверительные интервалы рассчитывались для вероятности 95%, обычно используемой в медицине.

Очистив полученные результаты путем расчета средних значений по сериям, получаем значительно более простой график на рисунке 3, отражающий искомую зависимость.

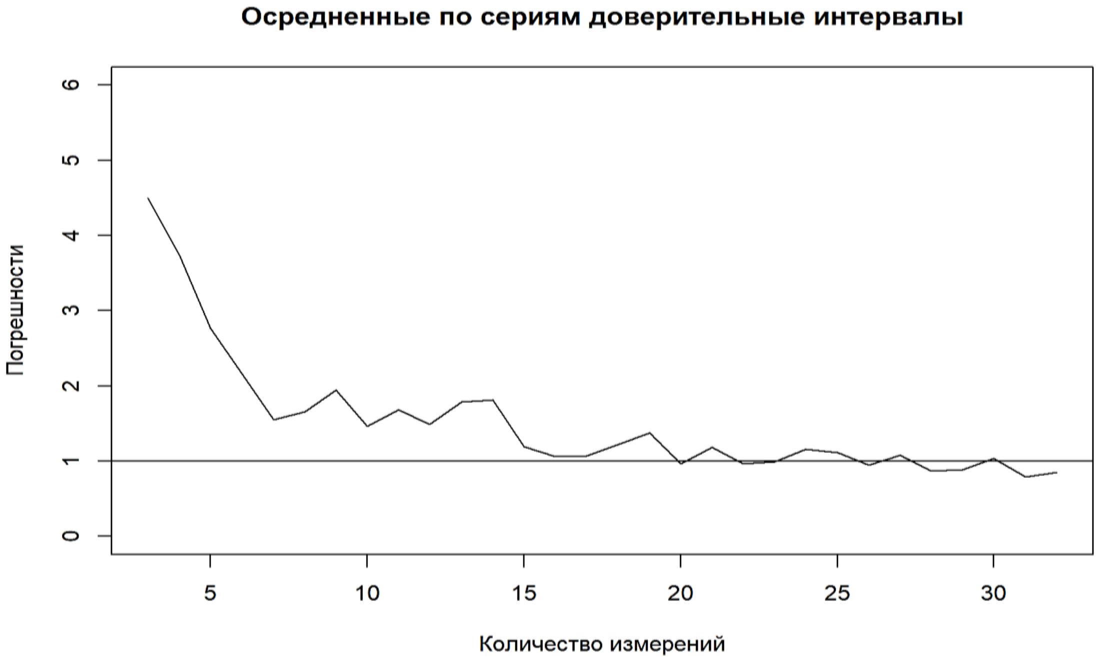

Рисунок 3. Зависимость доверительного интервала от количества измерений, осредненная по 100 сериям. Погрешности увеличены в 1000 раз.

Выводы:

1. Из представленных графиков видим, что с вероятностью 95% попадания истинного размера в доверительный интервал, этот интервал при слишком малом количестве измерений может превосходить наименьший разряд измерителя, хотя средняя погрешность его не превосходит. При 15-20 измерениях может наблюдаться обратная картина. Оптимальным количеством измерений является 5-7 измерений, далее погрешность уменьшается очень медленно.

2. При очень большом количестве измерений случайная погрешность уменьшается до приборной погрешности, в данном случае — $1{\cdot}10^{-3}$ единиц.

3. Поскольку нигде не использовался размер измеряемого объекта, то полученный результат можно обобщить на любые измеряемые объекты.

4. В работе построена математическая модель, удовлетворяющая требованиям, предъявляемым к процессу измерений, позволившая провести 525·100=52 500 измерений.

Список литературы:

1. Морозов В.В. Обработка результатов эксперимента: учебное пособие. В.В. Морозов, Б. Е. Соботковский, И. Л. Шейнман. Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», С.-Петербург. 2004;64 с.

2. Жданов Е.П. Элементы математической статистики для медиков. Барнаул, Изд-во ФГБОУ ВО «Алтайский государственный медицинский университет» МЗ РФ. 2021;54 с.

3. Ларионов А.Н. Погрешности измерения физических величин: учебное пособие для вузов. А.Н. Ларионов, В.В. Чернышёв, Н.Н. Ларионова. Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, Воронеж. 2009; 49 с.

Сведения об авторах:

Бельчикова Валерия Сергеевна, студентка 116 гр., Алтайский государственный медицинский университет МЗ РФ, г. Барнаул

Тел.: 8-961-990-2994

Жданов Евгений Петрович, к.э.н., доцент кафедры физики и информатики, Алтайский государственный медицинский университет МЗ РФ, г. Барнаул

г. Барнаул, пр-т Социалистический, 85-6

E-mail: 9zhdanov@gmail.com

Тел.: 8-913-229-2256, 656049

Как цитировать:
Бельчикова В.С., Жданов Е.П. (2022). Оптимальное количество измерений для уменьшения их погрешности. Scientist, 20 (2), 11-16.